

A linguagem $a^m b^n a^m b^n$

Considere a linguagem

$$L = a^m b^n a^m b^n, \text{ onde } m, n \geq 0$$

Intuitivamente, essa linguagem não é LC pois os pares de bloco que devem ser comparados aparecem intercalados.

Para demonstrar esse fato, nós assumimos que l, k são números arbitrariamente grandes, e consideramos a palavra

$$w = a^l b^k a^l b^k$$

A seguir, é preciso considerar todas as formas como a palavra w pode ser decomposta em 5 segmentos

$$w = x y z u v$$

Os dois casos abaixo cobrem todas as possibilidades.

caso 1: y (ou u) possui símbolos de mais de um tipo (e.g., $y = a...ab...b$)

Nesse caso, é fácil ver que ao bombear os segmentos y, u a palavra deixa de ter o padrão

$$a \dots ab \dots ba \dots ab \dots b$$

e portanto não pertence mais à linguagem L . Ou seja, o bombeamento falha nesse caso.

caso 2: y e u são blocos do mesmo tipo de símbolo

Assumindo adicionalmente que y e u não se encontram distantes um do outro, existem basicamente duas situações a considerar

$$\begin{array}{cc} \mathbf{w:} & \boxed{a \dots a} \boxed{b \dots b} \boxed{a \dots a} \boxed{b \dots b} & \mathbf{w:} & \boxed{a \dots a} \boxed{b \dots b} \boxed{a \dots a} \boxed{b \dots b} \\ & \mathbf{y, u} & & \mathbf{y} \quad \mathbf{u} \end{array}$$

isto é, y, u fazem parte do mesmo bloco de w , ou y, u são formados por símbolos de tipos diferentes.

Em ambos os casos, a remoção ou bombeamento dos segmentos y, u fazem com que pares de blocos do mesmo tipo deixem de ter o mesmo tamanho, e portanto a palavra deixa de pertencer à linguagem L . Ou seja, o bombeamento também falha nesse caso.

Finalmente, como o bombeamento falha em todos os casos, nós podemos concluir que a linguagem L não é LC.